

TALLER

1. Considere los vectores

$$A = (-1, 0, 3), \quad B = (0, 3, 1), \quad C = (1, 1, -1).$$

Encuentre:

- (i) $(A + 2B) - 3C$.
 - (ii) $A \cdot B + C \cdot A$.
 - (iii) $D_A + D_B + D_C$.
 - (iv) $D_A \cdot D_B + D_C \cdot D_A$.
 - (v) $\|A\|^2 + \|B\|^2 + \|C\|^2$.
2. Empleando la definición de pendiente, encuentre la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(2, 3)$ y $(5, -1)$. Luego, determine el valor de y cuando $x = 10$. Realice la gráfica de la recta.
3. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-3, 0)$ y $(3, 4)$. Para ello, utilice la definición de pendiente y el concepto de vector de dispersión de datos. Realice la gráfica de la recta.
4. Un investigador realiza un experimento sobre el crecimiento de una planta.
Para ello, coloca una columna vertical con un líquido sobre una maceta, la cual suministra nutrientes de manera lenta pero constante. Se sabe que tanto la altura de la columna como la de la planta varían linealmente con el tiempo.
Inicialmente, la columna mide 50 cm y la planta 12 cm. Después de 96 horas, la altura de la columna es de 40 cm y la de la planta de 15 cm. Determine después de cuántas horas la planta y la columna alcanzan la misma altura.
Represente ambas funciones en un mismo plano cartesiano y realice un bosquejo del experimento.
5. Un investigador registra datos experimentales de la longitud l (en cm) de una hoja y su área A (en cm^2), obteniendo la siguiente tabla:

l (cm)	2.3	3.2	4.0	5.1
A (cm^2)	5.0	8.6	12.6	19.2

A partir de una revisión bibliográfica, se propone que la relación entre el área de la hoja y su longitud está dada por el modelo

$$A(l) = a l^b.$$

- (a) Localice los puntos de la tabla en el plano cartesiano.
- (b) Linealice los datos, represente los puntos transformados y estime valores plausibles para las constantes a y b .
- (c) Utilizando el modelo obtenido, determine una aproximación del área de la hoja cuando su longitud sea de 7 cm.

6. Clasificación de un hábitat mediante vectores.

Un grupo de biólogos estudia una región natural para identificar las zonas más favorables para una especie hipotética de anfibio.

La región se ha dividido en 16 cuadrículas y, en cada una, se han medido dos parámetros ambientales:

- Temperatura T , en grados Celsius.
- Humedad relativa H , en porcentaje.

Cada cuadrícula se representa mediante un **vector ambiental**

$$E = (T, H).$$

Los investigadores han establecido que las condiciones ideales para la especie corresponden a una temperatura de 24 °C y una humedad relativa del 80 %.

Por tanto, el **vector ambiental ideal** es

$$E^* = (24, 80).$$

Los intervalos de referencia establecidos para la especie son

$$22 \leq T \leq 26, \quad 70 \leq H \leq 90.$$

A partir de estos intervalos se define el **vector de parámetros de tolerancia ambiental**

$$\sigma = (\sigma_T, \sigma_H)$$

donde

$$\sigma_T = T_{\text{máx}} - T_{\text{mín}}, \quad \sigma_H = H_{\text{máx}} - H_{\text{mín}}.$$

Cada componente representa la amplitud del intervalo de referencia del parámetro ambiental correspondiente.

Estos parámetros permiten expresar las diferencias ambientales en unidades comparables.

El **vector de desviación ambiental normalizado** de una cuadrícula se define mediante

$$V(E) = \left(\frac{T - T^*}{\sigma_T}, \frac{H - H^*}{\sigma_H} \right).$$

Cada componente representa la desviación de un parámetro respecto a su valor ideal, expresada en unidades de la escala correspondiente.

Para determinar qué tan cerca se encuentra una cuadrícula de las condiciones ideales, utilizaremos la norma euclidiana del vector de desviación:

$$\|V(E)\| = \sqrt{\left(\frac{T - T^*}{\sigma_T} \right)^2 + \left(\frac{H - H^*}{\sigma_H} \right)^2}.$$

Para facilitar los cálculos, utilizaremos el **cuadrado de la distancia ambiental**, es decir,

$$\|V(E)\|^2 = \left(\frac{T - T^*}{\sigma_T} \right)^2 + \left(\frac{H - H^*}{\sigma_H} \right)^2.$$

Como la función raíz cuadrada es creciente, la cuadrícula con menor valor de $\|V(E)\|^2$ también tendrá la menor distancia ambiental.

Datos ambientales del territorio

La siguiente tabla presenta las condiciones ambientales registradas en las diferentes cuadrículas. Cada pareja ordenada corresponde al vector ambiental (T, H) .

	A	B	C	D
1	(28, 60)	(27, 65)	(27, 70)	(26, 65)
2	(27, 70)	(25, 75)	(25, 70)	(26, 75)
3	(26, 75)	(24, 90)	(24, 85)	(25, 75)
4	(26, 85)	(25, 85)	(23, 70)	(26, 80)

Criterios de clasificación ambiental

Los investigadores utilizarán los siguientes criterios para clasificar las cuadrículas según su distancia a las condiciones ideales.

Condición	Clasificación
$0 \leq \ V(E)\ ^2 \leq 0.25$	Favorable
$0.25 < \ V(E)\ ^2 \leq 1$	Intermedia
$\ V(E)\ ^2 > 1$	Poco favorable

Trabajo propuesto

- Calculen el vector de parámetros de tolerancia ambiental σ y escriban la expresión del vector de desviación ambiental normalizado $V(E)$ para esta especie.
- Construyan una tabla que contenga, para cada una de las 16 cuadrículas, su vector ambiental E , su vector de desviación $V(E)$, su norma $\|V(E)\|$ y el cuadrado de su norma $\|V(E)\|^2$.
Clasifiquen cada cuadrícula de acuerdo con los criterios establecidos.
- Identifiquen la cuadrícula que presenta las condiciones ambientales más cercanas a las ideales para la especie.
Justifiquen matemáticamente su elección.
- ¿Es posible que dos cuadrículas tengan la misma distancia respecto a las condiciones ideales y, sin embargo, presenten condiciones ambientales diferentes?
Identifiquen dos cuadrículas que cumplan esta condición y expliquen sus resultados utilizando los vectores de desviación ambiental.