

TALLER

1. Simplifique cada una de las siguientes expresiones y dé la respuesta sin utilizar exponentes negativos.

a. $\frac{3(b^{-2}d)^4(2bd^3)^2}{(2b^2d^3)(b^{-1}d^2)^5}$ b. $\left[\frac{2(3b^{-2}d)(bd^3)^2}{12b^3d^{-1}}\right]^5$ c. $\left[\frac{(ab^2)^{-1}}{(ba^2)^{-2}}\right]^{-1}$

d. $(a^{-2} + a^{-3})^{-1}$ e. $\frac{x^{-1}}{y^{-1}} - \left(\frac{x}{y}\right)^{-1}$ f. $(x^{-1} - y^{-1})^{-1}$

2. Encuentre el valor de x en cada una de las siguientes ecuaciones.

a. $x^2 - 16 = 0$ b. $x^2 + 5x + 6 = 0$ c. $x^2 - x - 6 = 0$

d. $x^2 - x - 1 = 0$ e. $x^2 + (p + q)x + pq = 0$ f. $2x^2 - 3x - 5 = 0$

3. Si $a + b = 7$ y $ab = 10$, encuentre el valor de $a^2 + b^2$.

4. Sin emplear logaritmos, encuentre el valor de x en cada una de las siguientes ecuaciones.

a. $3^x = 27$ b. $5^x - 1 = 0$ c. $4^{x+1} = 32$

d. $4^x - 4 \cdot 2^x = 0$ e. $9^x - 2 \cdot 3^x + 1 = 0$ f. $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

5. Sean a y b números reales positivos, con $a \neq 1$ y $b \neq 1$. Demuestre que

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

¿Por qué es necesario que $a \neq 1$ y $b \neq 1$?

6. Sean a , b y k números reales positivos, con $a \neq 1$ y $k \neq 1$. Demuestre que

$$\log_a b = \frac{\log_k b}{\log_k a}.$$

¿Por qué es necesario que $a \neq 1$, $k \neq 1$? ¿A diferencia del ejercicio anterior $b = 1$?

7. Encuentre el valor de x en cada una de las siguientes ecuaciones.

a. $\log_{\sqrt{x}} 16 = 2$ b. $\log_x 25 = 2$ c. $\log_{x+1} 16 = 2$

d. $\log_2(x - 1) = 3$ e. $\log_3(x^2) = 4$ f. $\log_{\sqrt{x}} 81 = 4$

8. Empleando logaritmos, encuentre el valor de x en cada una de las siguientes ecuaciones.

a. $2 \cdot 4^x + 14 = 50$ b. $3^{3x+1} = 50$ c. $5^{2x-1} = 18$

d. $4^{x+2} = 75$ e. $7^{2x+1} - 5 = 30$ f. $3 \cdot 2^{4x-1} + 6 = 25$

9. Encuentre una relación de recurrencia para cada una de las siguientes secuencias numéricas, tomando a_0 como el primer término.
- a. 1, 2, 4, 8, ...
 - b. 3, 6, 12, 24, ...
 - c. 200, 100, 50, 25, ...

10. Escriba los primeros cinco términos de cada una de las siguientes secuencias definidas mediante una relación de recurrencia. Incluya el término inicial a_0 .

$$a. \quad \begin{cases} a_n = 2a_{n-1}, \\ a_0 = 1.5, \end{cases} \quad b. \quad \begin{cases} a_n = 0.5a_{n-1}, \\ a_0 = 200, \end{cases} \quad c. \quad \begin{cases} a_n = 1.3a_{n-1}, \\ a_0 = 5. \end{cases}$$

11. Una población inicial de 10 bacterias aumenta un 15 % cada hora. Encuentre el número de bacterias al cabo de 10 horas.
12. Una población inicial de 20 000 zorros disminuye un 7 % cada mes a causa de la caza indiscriminada. Encuentre la población de zorros al cabo de 6 meses.
13. Una población inicial de 10 bacterias crece cada hora a una tasa del 15 %. Si cada bacteria aporta 2.5 unidades de una toxina que se acumula en el medio, ¿al cabo de cuántas horas la cantidad de toxina superará las 5000 unidades?
14. Una población inicial de 15 bacterias crece cada hora con una tasa del 30 %, y el medio aporta de forma constante 15 bacterias adicionales en cada hora. ¿Al cabo de cuántas horas la población superará las 20 000 bacterias?
15. Se siembra una colonia de bacterias en el centro de una caja de Petri de radio 7.5 cm, inicialmente en un punto cuya área puede considerarse despreciable. La colonia crece de forma circular y se observa que, al cabo de cada hora, el área disponible disminuye un 15 % respecto del área disponible al inicio de esa hora.
- a) ¿Al cabo de cuántas horas el área disponible será menor que el 10 % del área total de la caja?
 - b) Suponiendo que la colonia mantiene su forma circular y permanece centrada en la caja de Petri, estime el radio de la colonia en ese momento.